



Bruchgleichungen mit Parameter Übung

1. Lösen Sie folgende Gleichungen mit Parameter $a \in \mathbb{R}$.

a) $\frac{x}{a} = \frac{a}{x}$ mit $a \neq 0$

b) $\frac{1}{x-a} = \frac{1}{x-a^2}$ mit $a \in \mathbb{R}$

c) $\frac{x}{a} + \frac{1}{x} = x^2$ mit $a \neq 0$

d) $x + \frac{1}{a+1} = \frac{1}{a}$ $a \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$

e) $x - \frac{2a}{ax} = 1$ mit $a \neq 0$

f) $\frac{1}{x-a} = 1 - \frac{1}{a}$ mit $a \neq 0$

g) $\frac{x-1}{x-a} = x + 1$ mit $a \in \mathbb{R}$

Bruchgleichungen mit Parameter

Lösung

1.

a) $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$
 $L = \{-a; a\}$

b) $D = \mathbb{R} \setminus \{-a; a\}$
 $L = \{1 - a\}$

c) $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$
1. Fall: $a = 0$ $L = \mathbb{R}$
2. Fall: $a \neq 0$ $L = \emptyset$

d) $D = \mathbb{R}$, hier handelt es sich um keine wirkliche Bruchgleichung in x , sondern lediglich um eine lineare Gleichung.
 $L = \left\{ \frac{1}{a(a+1)} \right\}$

e) $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$
Da $a \neq 0$ herausgekürzt werden kann, erhält man die von a unabhängige Lösungsmenge $L = \{-1; 2\}$

f) $D = \mathbb{R} \setminus \{a\}$
1. Fall: $a = 1$ $L = \emptyset$
2. Fall: $a \neq 1$ $L = \left\{ \frac{a^2}{a-1} \right\}$

g) $D = \mathbb{R} \setminus \{a\}$
1. Fall: $a = -1$ $L = \{0\}$
2. Fall: $a = 2$ $L = \{-1\}$
3. Fall: $a \in \mathbb{R} \setminus \{-2; -1\}$ $L = \{-1; a + 1\}$