



## Bruchgleichungen mit Parameter Übung

1. Lösen Sie folgende Gleichungen mit Parameter  $a \in \mathbb{R}$ .

a)  $\frac{x}{a} = \frac{a}{x}$  mit  $a \neq 0$

b)  $\frac{1}{x-a} = \frac{1}{x-a^2}$  mit  $a \in \mathbb{R}$

c)  $\frac{x}{a} + \frac{1}{x} = x^2$  mit  $a \neq 0$

d)  $x + \frac{1}{a+1} = \frac{1}{a}$   $a \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$

e)  $x - \frac{2a}{ax} = 1$  mit  $a \neq 0$

f)  $\frac{1}{x-a} = 1 - \frac{1}{a}$  mit  $a \neq 0$

g)  $\frac{x-1}{x-a} = x + 1$  mit  $a \in \mathbb{R}$

# Bruchgleichungen mit Parameter

## Lösung

1.

a)  $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$   
 $L = \{-a; a\}$

b)  $D = \mathbb{R} \setminus \{-a; a\}$   
 $L = \{1 - a\}$

c)  $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$   
1. Fall:  $a = 0$   $L = \mathbb{R}$   
2. Fall:  $a \neq 0$   $L = \emptyset$

d)  $D = \mathbb{R}$ , hier handelt es sich um keine wirkliche Bruchgleichung in  $x$ , sondern lediglich um eine lineare Gleichung.  
 $L = \left\{ \frac{1}{a(a+1)} \right\}$

e)  $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$   
Da  $a \neq 0$  herausgekürzt werden kann, erhält man die von  $a$  unabhängige Lösungsmenge  $L = \{-1; 2\}$

f)  $D = \mathbb{R} \setminus \{a\}$   
1. Fall:  $a = 1$   $L = \emptyset$   
2. Fall:  $a \neq 1$   $L = \left\{ \frac{a^2}{a-1} \right\}$

g)  $D = \mathbb{R} \setminus \{a\}$   
1. Fall:  $a = -1$   $L = \{0\}$   
2. Fall:  $a = 2$   $L = \{-1\}$   
3. Fall:  $a \in \mathbb{R} \setminus \{-2; -1\}$   $L = \{-1; a + 1\}$